

基于 LS-DYNA 隐式算法下汽车摆臂的屈曲分析

黎 勇¹, 宗君华², 张永召¹, 王 强¹, 袁志丹¹

(1.上海仿坤软件科技有限公司, 上海 201102)

(2.天际汽车科技集团有限公司, 上海 201102)

摘要: 摆臂作为汽车的重要组成件, 对悬架结构起着方向引导和结构支撑的作用, 其变形的剧烈程度将会对车轮定位产生影响, 降低行车稳定性。本文利用 LS-DYNA 的隐式算法对其进行非线性变形响应分析, 采用载荷增量法、位移增量法及弧长法三种方式, 并将仿真分析的载荷力位移曲线与试验结果进行对比, 得到仿真的极限载荷峰值力约 45KN, 而试验平均极限载荷峰值力在 46.5KN, 两者之间的误差控制在 5%以内, 为摆臂的强度验证提供了可靠的理论分析依据。

关键词: LS-DYNA; 弧长法; 载荷增量法; 位移增量法; 屈曲分析

摆臂作为汽车悬架系统中重要的组成。虽然部件小, 但对于支撑车身有很重要的作用, 和汽车的减震器、弹簧共同构成悬挂系统。摆臂强度性能的好坏对于悬架系统有重要的影响^[1]。因此需要对摆臂结构进行屈曲载荷分析, 运用 LS-DYNA 软件分析是验证摆臂强度的重要手段。

1 基本理论

1.1 牛顿-拉普森方法

对于有限元的非线性求解问题, 一般可以表示为:

$$\Psi(\delta) = [K(\delta)]\{\delta\} - F = 0 \quad (1-1)$$

其中: δ 为节点的位移向量; $K(\delta)$ 为切向刚度矩阵; F 为施加的外力。

牛顿-拉普森法的基本迭代公式为:

$$[K_T(\delta_n)]\{\Delta\delta_n\} = F - \{F(\delta_n)\} = R(\delta_n) \quad (1-2)$$

式子 (1-2) 中: $K_T(\delta_n)$ 为方程的 Jacobian 矩阵 (即刚度矩阵); F 为结点力矢量; $F(\delta_n)$ 为内力矢量; $R(\delta_n)$ 为节点不平衡力矢量。

图 1 表示利用牛顿-拉普森方法的迭代过程, 迭代步骤为: ①基于 δ_n 时的结构变形计算 $K_T(\delta_n)$ 和 $R(\delta_n)$; ②求解 $\Delta\delta_n$, 则 $\delta_{n+1} = \delta_n + \Delta\delta_n$; ③根据 δ_{n+1} , 对结构的节点坐标进行修正, 重新计算 $K_T(\delta_{n+1})$ 和 $R(\delta_{n+1})$; ④再求解 $\Delta\delta_{n+1}$ 。假设 $\Delta\delta_{n+1}$ 满足了相应的收敛法则, 则停止计算; 否则令 $\delta_{n+2} = \delta_{n+1} + \Delta\delta_{n+1}$ 重复步骤③、步骤④直至收敛^[2-4]。

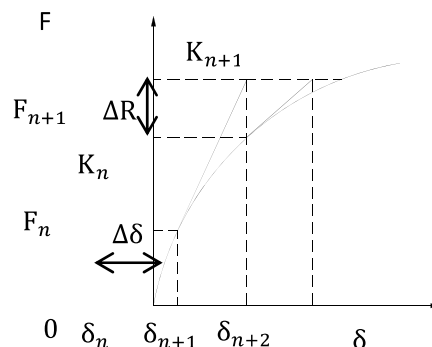


图 1 牛顿-拉普森迭代法

1.2 弧长法

弧长法作为非线性问题的迭代求解方法，是一种对载荷系数和位移增量双重控制目标的方法^[5]。对于非线性问题的一般方程组见式子（1-1），为达到自动控制的目的，在方程式（1-1）中增加变量 λ ，并改写成牛顿迭代的形式为

$$[K_i^j]\{\delta x_{i+1}^j\} = \{\delta \lambda_{i+1}^j\}\{F\} + R \quad (1-3)$$

式子（1-3）中， K_i^j 为当前切线刚度矩阵； δx_{i+1}^j 为第 i 载荷步下的 j 次迭代步位移增量列阵； $\delta \lambda_{i+1}^j$ 为第 i 载荷步下的 j 次迭代步载荷增量系数；

由于方程式（1-3）有 $n+1$ 个未知数（ $\delta x_1, \delta x_2, \dots, \delta x_n, \delta \lambda$ ），但是方程只有 n 个，因此需要补充弧长的约束条件，其约束控制方程为：

$$(\{\Delta x_i^j\})^T \{\Delta x_i^j\} + \{\Delta \lambda_i^j\}^2 \psi^2 \{F\}^T \{F\} = \{\Delta l_i^j\}^2 \quad (1-4)$$

式子（1-4）中： ψ 为载荷比例因子； Δl_i^j 为第 i 载荷步下的弧长半径。

根据上式 ψ 取值的不同，有不同类型的弧长方式，其中 $\psi = 0$ 时为柱面弧长法； $\psi = 1$ 时为球面弧长法； ψ 为当前刚度参数值时为椭球面弧长法^[6]

将 δx_{i+1}^j 分解为两部分，即把（1-3）式中的 K_i^j 除到方程式的右边，可得：

$$\{\delta x_{i+1}^j\} = \{\delta \lambda_{i+1}^j\}\{\Delta x^F\}_{i+1}^j + \{\Delta x^R\}_{i+1}^j \quad (1-5)$$

其中：

$$\{\Delta x^F\}_{i+1}^j = [K_i^j]^{-1}\{F\} \quad (1-6)$$

$$\{\Delta x^R\}_{i+1}^j = [K_i^j]^{-1}\{R\} \quad (1-7)$$

依据 Crisfield^[7]在 Riks^[8]弧长法上所作的改进，式（1-4）的结构控制方程简化为

$$\{\Delta x_i^j\}^T \{\Delta x_i^j\} = \{\Delta l_i^j\}^2 \quad (1-8)$$

由位移增量关系可知：

$$\{\Delta x_{i+1}^j\} = \{\Delta x_i^j\} + \{\delta x_{i+1}^j\} \quad (1-9)$$

其中 Δx_i^j 与 Δx_{i+1}^j 分别为第 i 次迭代结束后相对于迭代初始点的位移增量。

将式子（1-5）代入（1-9）可得：

$$\{\Delta x_{i+1}^j\} = \{\Delta x_i^j\} + \{\delta \lambda_{i+1}^j\}\{\Delta x^F\}_{i+1}^j + \{\Delta x^R\}_{i+1}^j \quad (1-10)$$

将式子（1-10）带入式子（1-8）可得一元二次方程：

$$a \cdot (\delta \lambda_{i+1}^j)^2 + b \cdot (\delta \lambda_{i+1}^j) + c = 0 \quad (1-11)$$

其中上述方程的系数为：

$$a = (\{\Delta x^F\}_{i+1}^j)^T \cdot \{\Delta x^F\}_{i+1}^j \quad (1-12)$$

$$b = 2 \cdot (\{\Delta x^F\}_{i+1}^j)^T \cdot (\{\Delta x_i^j\} + \{\Delta x^R\}_{i+1}^j) \quad (1-13)$$

$$c = (\{\Delta x_i^j\} + \{\Delta x^R\}_{i+1}^j)^T \cdot (\{\Delta x_i^j\} + \{\Delta x^R\}_{i+1}^j) - \{\Delta l_i^j\}^2 \quad (1-14)$$

由上述一元二次方程可以得到两个根，即

$$\delta \lambda^I, \delta \lambda^II = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1-14)$$

由上述求出的两个解 $\delta \lambda^I$ ， $\delta \lambda^II$ ，代入式子（1-10）可得到两个位移增量：

$$\{\Delta x_{i+1}^j\}^I = \{\Delta x_i^j\} + (\delta \lambda^I)_{i+1}^j \{\Delta x^F\}_i^j + \{\Delta x^R\}_i^j \quad (1-15)$$

$$\{\Delta x_{i+1}^j\}^{II} = \{\Delta x_i^j\} + (\delta \lambda^{II})_{i+1}^j \{\Delta x^F\}_i^j + \{\Delta x^R\}_i^j \quad (1-16)$$

依据两次迭代结束时候的位移增量 $\{\Delta x_i^j\}$ 和 $\{\Delta x_{i+1}^j\}$ 的夹角最小准则来判断迭代方向的一致性^[5-8]，并且两个位移增量之间的夹角可以依据下式来确定：

$$\cos \alpha = \frac{\{\Delta x_i^j\}^T \{\Delta x_{i+1}^j\}}{\Delta l^2} = \frac{\{\Delta x_i^j\}^T (\{\Delta x_i^j\} + \{\delta \lambda_{i+1}^j\}\{\Delta x^F\}_{i+1}^j + \{\Delta x^R\}_{i+1}^j)}{\Delta l^2} \quad (1-17)$$

将求出的两个解 $\delta \lambda^I$ ， $\delta \lambda^{II}$ 分别代入式（1-17）求出各自的夹角，取夹角小的载荷因子增量作为解。可

根据公式 (1-18) 和公式 (1-19) 对结构的位移向量及载荷水平更新。

$$\{x_{i+1}^j\} = \{x_i^j\} + \{\delta x_{i+1}^j\} \quad (1-18)$$

$$\{\lambda_{i+1}^j\} = \{\lambda_i^j\} + \{\delta \lambda_{i+1}^j\} \quad (1-19)$$

关于收敛的判别标准，一般采用的是不平衡力准则^[9]。表达式为：

$$\|R_i^j\|_2 \leq \alpha \|F_i^j\|_2 \quad (1-20)$$

式子 (1-20) 中 $\|R_i^j\|_2$ 为第 i 次迭代以后的不平衡力的 Euclid 范数； α 为不平衡力的容许误差，可根据求解精度选择，一般取 0.001； $\|F_i^j\|_2$ 为第 i 次迭代后的总外荷的 Euclid 范数。

图2为利用弧长法求解的迭代过程，具体的计算过程如下：①对于第1次载荷步下的初次迭代，合理选取参考载荷 $\{F\}$ ，确定初始的弧长增量 Δl ；②对切线刚度矩阵修改并三角化分解。检查对角元，判定矩阵是否正定。正定则加载，负定则加负载荷。若矩阵的行列式为零，则达到极限载荷；③更新结构的变形向量 $\{x_i^j\}$ ，计算结构的内力矢量和非平衡力矢量；④由 F 和 R 分别求出 $\{\Delta x^F\}_{i+1}^j$ ， $\{\Delta x^R\}_{i+1}^j$ ；⑤由上述方程式 (1-11) 求出载荷增量系数 $\delta \lambda_{i+1}^j$ ；⑥由式 (1-10) 可求出 Δx_{i+1}^j ，并由 (1-18) 和 (1-19) 更新当前的位移向量；⑦在当前增量载荷步下判断收敛性。如果满足收敛条件则终止当前载荷步下的迭代，进入下一载荷步。如果不收敛则需要继续迭代重复步骤③-⑦，直至收敛为止^[10-12]。

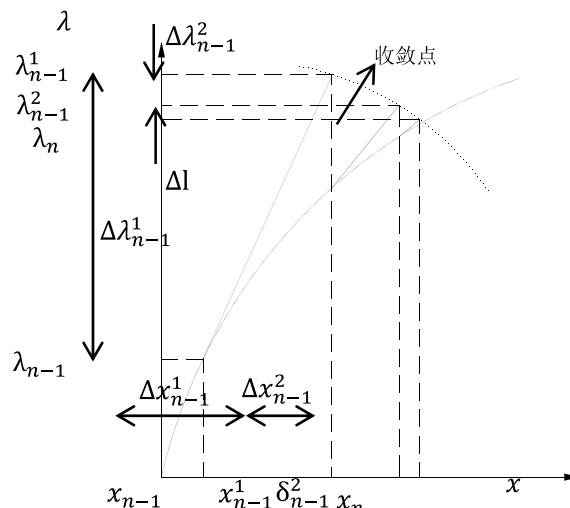


图 2 弧长法的迭代过程示意

2 有限元建模

图 3 为建立的汽车后上摆臂的 FEM 模型，在焊接处的模拟采用的是壳单元共节点的方式。

由于是对零部件级别的分析，因此网格尽量细化处理，采用 4mm 网格的壳单元划分，并且三角形单元总数不超过 5%。该有限元模型的质量为 1.373kg，节点数量为 7182，单元数量为 7136。

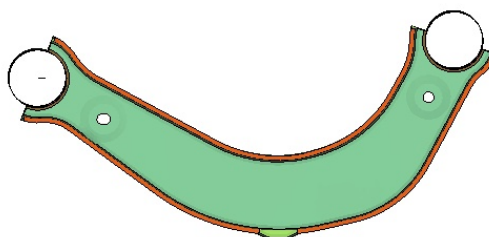


图 3 汽车摆臂有限元模型

2.1 材料模型

该摆臂所用的材料模型为 FB590，从材料试验中获取了材料的性能曲线。在 LS-DYNA 软件中采用的是 MAT24 号本构模型，输入的有效塑性应力应变曲线如下图 4 所示。

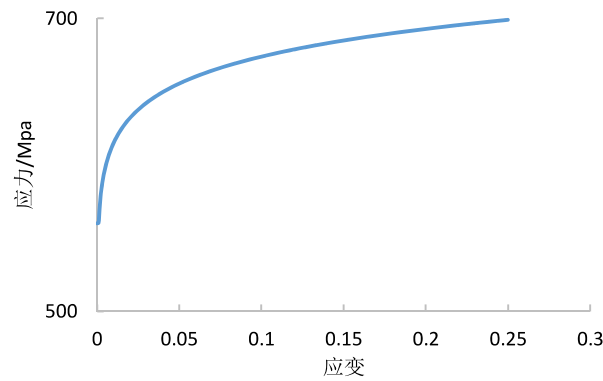


图 4 FB590 材料应力应变曲线

2.2 边界条件

根据摆臂的静强度试验，将摆臂约束在车身的一端，另外一端施加载荷。在有限元模型中依托试验方式对摆臂的一端 A 约束 XYZ 方向的平动自由度，另外一端 B 约束 XY 方向的平动自由度及绕 Z 向的转动自由度，具体见下图 5 所示。由于本文采用了三种分析方法，因此在摆臂的另外一端 B 上施加强制位移、载荷力及采用弧长约束法三种方法对摆臂的极限载荷进行研究。



图 5 有限元模型的边界约束示意图

3 计算结果与分析

3.1 载荷增量法仿真结果

从仿真结果可以得出，摆臂在载荷力作用下输出的力-位移曲线如图 6 所示。从曲线图 6 中可以看出摆臂在变形达到 4.42mm 时发生屈曲，位于摆臂的中心缺口处，屈曲载荷大小为 45.2KN。摆臂在施加载荷力作用下的位移及应力云图如图 7 所示，此时达到屈曲载荷的应力值为 658Mpa。

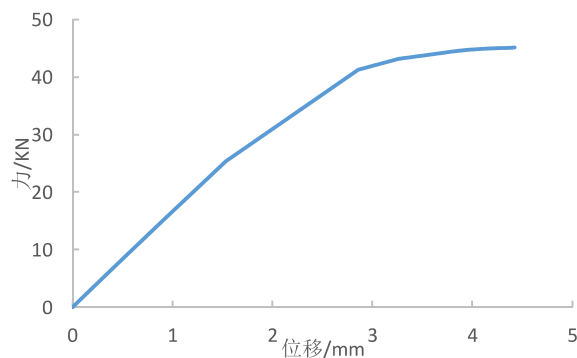


图 6 摆臂在载荷力的作用下的力-位移曲线

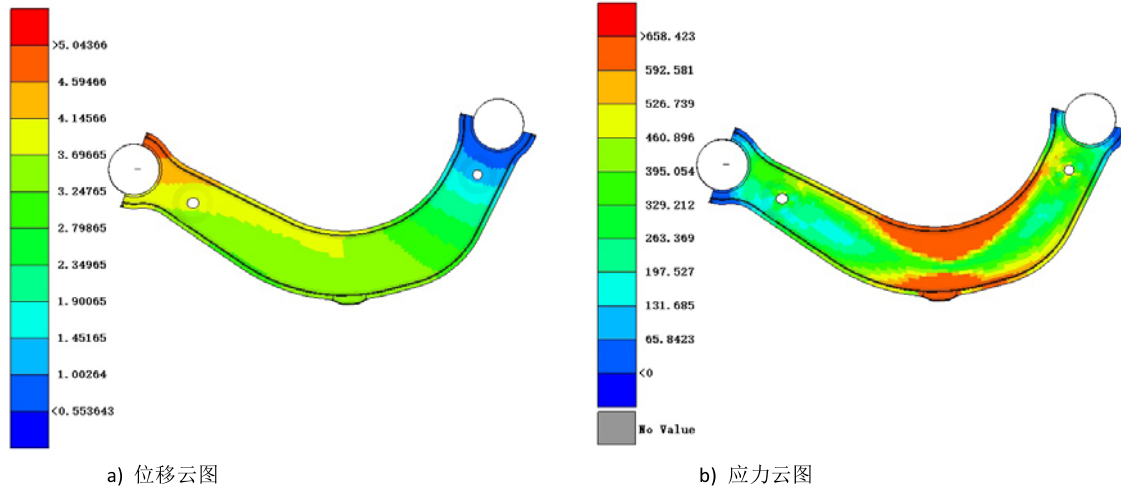


图 7 摆臂在载荷力作用下的云图

3.2 位移增量法仿真结果

从仿真结果可以得出，摆臂在强制位移作用下输出的力-位移曲线如图 8 所示。从曲线图 8 中可以看出摆臂在变形达到 4.91mm 时发生屈曲，位于摆臂的中心缺口处，屈曲载荷大小为 44.7KN。摆臂在强制位移的作用下的位移及应力云图如图 9 所示，此时达到屈曲载荷的应力值为 664Mpa。

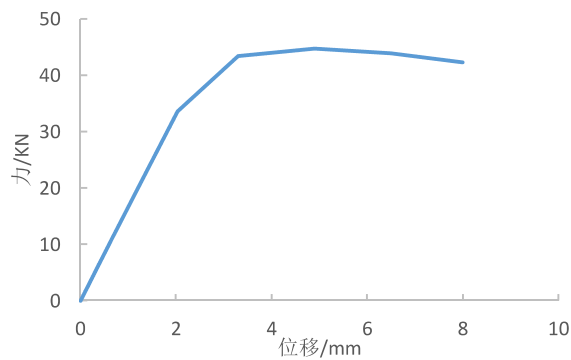


图 8 摆臂在强制位移作用下的力-位移曲线

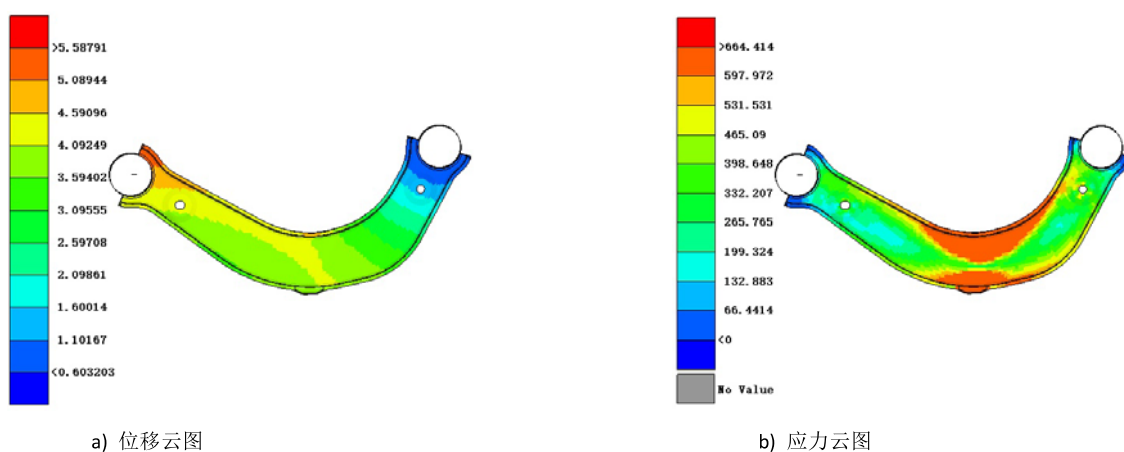


图 9 摆臂在位移加载作用下的云图

3.3 弧长法仿真结果

从仿真结果可以得出，摆臂在弧长法下输出的力-位移曲线如图 10 所示。从曲线图 10 中可以看出摆臂在变形达到 5.76mm 时发生屈曲，位于摆臂的中心缺口处，屈曲载荷大小为 44.3KN。采用载荷的弧长法的分析下的位移及应力云图如图 11 所示，此时达到屈曲载荷时的应力值达到了 696Mpa。

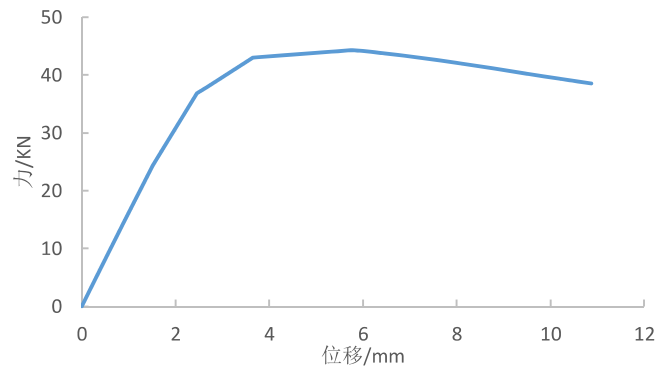


图 10 摆臂在弧长法下的力-位移曲线

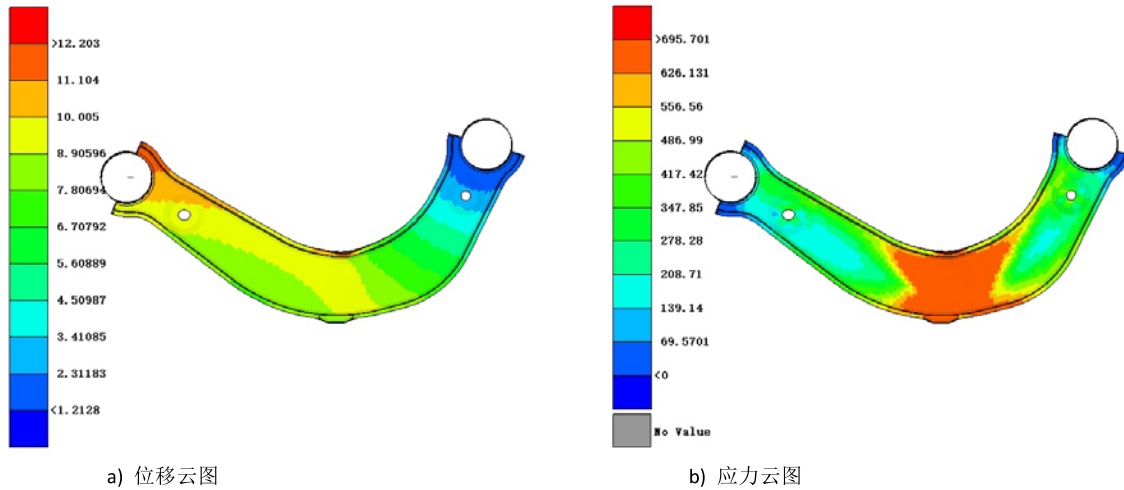


图 11 摆臂在弧长法约束作用下的云图

综合上述三种方法得到的摆臂屈曲载荷大小在 45KN 左右，其中位移基本达到 5mm 时发生屈曲。具体可见下表 1 所示。

表 1 三种方法的屈曲峰值力的分析

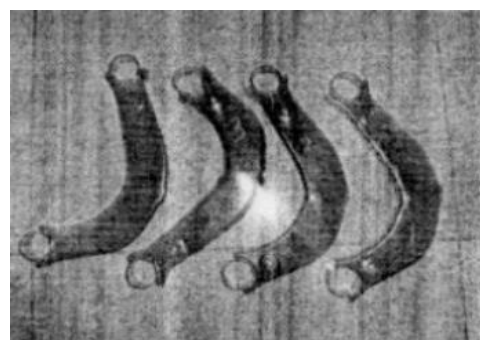
加载方式	采取方法	峰值力 (KN)	屈曲时位移 (mm)	屈曲时应力 (Mpa)	备注
载荷力	牛顿-拉普森	45.2	4.42	658	在达到峰值力后收敛失败
位移	牛顿-拉普森	44.7	4.91	664	
其它	弧长法	44.3	5.76	696	

4 试验结果对比

试验采用的是液压万能试验机。将摆臂固定于车身连接一端，在另外一端施加持续增加的载荷，直至摆臂出现明显的弯曲，并记录此时的力-位移曲线。试验重复进行了 4 次，其中一次试验中及结束后样件的形状见下图 12 所示。



a) 试验中



b) 试验后

图 12 摆臂强度试验过程示意图

将仿真数据与试验获取的数据（见表 2 所示）进行对比发现，仿真得到的摆臂屈曲载荷为 45KN，而试验的得到的摆臂屈曲载荷大小为 46.5KN（取四次试验的平均值），仿真得到的摆臂屈曲载荷与试验相比误差均在 5%以内。曲线对比见下图 13 所示。

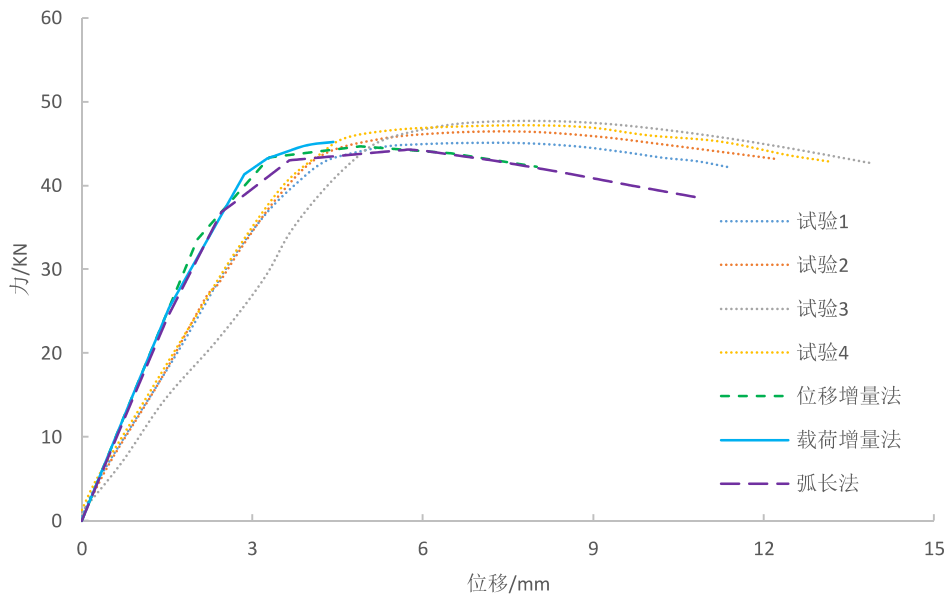


图 13 摆臂屈曲载荷试验与仿真对比示意图

表 2 仿真与试验峰值力对比

加载方式	采取方法	仿真峰值力 (KN)	试验峰值力 (KN)	误差值 (%)
载荷力	牛顿-拉普森	45.2	46.5	2.8
位移	牛顿-拉普森	44.7		3.9
其它	弧长法	44.3		4.7

5 结论

(1) 通过对汽车摆臂的载荷静强度分析，可以得到摆臂的位移变形图、应力图和载荷力位移曲线，如上述图 6-图 11 所示。

(2) 在对汽车摆臂的屈曲分析时，主要评价指标在于屈曲峰值力的大小。从表 1 可以看出，三种方法对其屈曲载荷的分析得到的结果差别不大，因此采用载荷增量法、弧长法、位移增量法均可以获取极限载荷力。

(3) 从仿真与试验结果对比可知，仿真的屈曲载荷值在 45KN 左右，而试验的载荷平均峰值力为 46.5KN，仿真与试验的误差在 5%以内，可见表 2 所示。因此仿真分析采用的方法是有效的，可以作为后续部件极限载荷验证的理论依据。

参考文献

- [1] 黄福洲. 基于拓扑优化的新能源汽车摆臂轻量化设计[J]. 计算机辅助工程, 2019, 28(2):38-41.
- [2] Clarke M J, Hancock G J. A study of incremental-iterative strategies for non-linear analyses[J]. 1990, 29(7):1365-1391.
- [3] 魏鹏, 李建光, 李延强, et al. 从一实例分析看弧长法与牛顿-拉普森法[J]. 科技与创新, 2018, 120(24):11-12+18.
- [4] Neto, EduardodeSouza. Computational methods for plasticity: theory and applications[M]. Wiley, 2008:121-123.
- [5] 黄朝晖, 张潇, 刘伟凯. 基于弧长法对柔性接头高压下屈曲响应研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2017(4).

- [6] LS-DYNA® Theory Manual. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2019:783-790.
- [7] Crisfield M A . An arc - length method including line search and acceleration[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1983, 19(9):1269-1289.
- [8] Riks E . An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems[J]. International Journal of Solids and Structures, 1979, 15(7):529-551.
- [9] 刘国明, 卓家寿, 夏颂佑. 求解非线性有限元方程的弧长法及在工程稳定分析中的应用[J]. 岩土力学, 1993(4):57-67.
- [10] 蒋凤昌, 朱慈勉, 薛剑胜, et al. 基于弧长法的钢筋屈曲承载力非线性分析[J]. 建筑科学, 2007, 23(11).
- [11] Szyzkowski W , Husband J B . Curvature controlled arc-length method[J]. Computational Mechanics, 1999, 24(4):245-257.
- [12] Fafard M , Massicotte B . Geometrical interpretation of the arc-length method[J]. Computers & Structures, 1993, 46(4):603-615.

Abstract

As an important component of the automobile, the swing arm plays the role of direction guiding and structural support for the suspension structure, and the severity of the deformation will affect the wheel positioning and reduce the stability of the driving. In this paper, LS-DYNA's implicit algorithm is used to analyze the nonlinear deformation response. The load increment method, displacement increment method and arc length method are used. The load force displacement curve of the simulation analysis is compared with the experimental results. The simulated ultimate load peak force is about 45KN, and the experimental average ultimate load peak force is 46.5KN. The error between the two is controlled within 5%, which provides a reliable theoretical analysis basis for the strength verification of the swing arm.